



تاریخ: ۵ آذر ۱۳۹۷  
مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه  
مدرس: مجتهدی

## آزمون میان ترم نظریه علوم کامپیوتر

۱. (۲۵ نمره) ثابت کنید مجموعه‌ی  $\mathbb{N} \supseteq A$  بازگشتی-شمارش‌پذیر است اگر و فقط اگر برای آن یک تصمیم‌گیر یک‌طرفه وجود داشته باشد، یعنی تابعی محاسبه‌پذیر جزئی مثل  $P$  موجود باشد طوری که برای هر  $n \in A$  داریم  $P(n) = 1$  و هم‌چنین برای هر  $n \in \mathbb{N}$  یا  $P(n) \in \{0, 1\}$  یا اینکه  $P(n) \uparrow$ . هم‌چنین در صورتی که  $P(n) = 0$  دازیم  $n \notin A$ .
۲. (۳۰ نمره) حکم زیر نسخه‌ی مؤثر از چه حکمی است؟ هم‌چنین حکم زیر را ثابت کنید.  
«تابع محاسبه‌پذیر تامی مثل  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  وجود دارد طوری که برای هر  $x \in \text{TOT}$  داریم  $\varphi_{\varphi_x(f(x))} \simeq \varphi_{f(x)}$ »
۳. (۲۵ نمره) ثابت کنید تابع زیر محاسبه‌پذیر نیست:  
$$f(x) := \min\{i \in \mathbb{N} : \varphi_i \simeq \varphi_n\}$$
۴. (۳۰ نمره) قضیه‌ی رایس-شاپیرو را بیان و اثبات کنید.
۵. یک برنامه‌ی دیویس را گویم  $k$ -انشعابی است اگر در سرتاسر برنامه حداکثر  $k$  مرتبه اجازه‌ی استفاده از دستور انشعاب شرطی را داشته باشیم. هم‌چنین تابع  $f$  را گویم در  $\mathcal{L}_k$  است اگر یک برنامه‌ی  $k$ -انشعابی دیویس باشد که آن تابع را محاسبه کند.  
(آ) (۲۵ نمره) نشان دهید  $\mathcal{L}_0$  اکیداً کوچک‌تر از خانواده‌ی توابع محاسبه‌پذیر جزئی دیویس است.  
(ب) (۲۵ نمره) آیا عددی مثل  $k$  وجود دارد طوری که  $\mathcal{L}_k$  همه‌ی توابع محاسبه‌پذیر دیویس را شامل شود؟ چرا؟
۶. (۲۵ نمره) ثابت کنید مجموعه‌ی زیر خلاق (creative) است:  
$$\{n \in \mathbb{N} : \varphi_n \text{ یک‌یه‌یک نیست}\}$$

موفق باشید.