



تاریخ: ۱۹ دی ۱۳۹۵
مدت امتحان: ۲۴۰ دقیقه
مدرس: مجتهدی

آزمون پایان ترم نظریه می علوم کامپیوتر

۱. (آ) (۱۰ نمره) قضیه‌ی ریکرژن را بیان کنید.
 - (ب) (۱۰ نمره) قضیه‌ی نقطه ثابت را بیان کنید.
 - (ج) (۲۰ نمره) نشان دهید قضیه‌ی ریکرژن و قضیه‌ی نقطه ثابت یکدیگر را نتیجه می دهند.
۲. (۲۰ نمره) برای تابع بازگشتی-مقدّماتی f ، $O(f)$ (رتبه‌ی f) این گونه تعریف می شود:

$$O(f) := \min\{n : \text{یک دنباله‌ی ساخت برای } f \text{ وجود دارد طوری که در آن } n \text{ بار از بازگشت استفاده شده است}\}$$
 رتبه‌ی تابع ضرب چند است؟ ثابت کنید رتبه‌ی تابع ضرب صفر نیست.
 ۳. (آ) (۱۰ نمره) قضیه‌ی رایس-شپیرو را بیان کنید.
 - (ب) (۲۰ نمره) تابع جزئی f را گوییم صعودی است اگر برای هر $m, n \in \text{dmn}(f)$ که $m \leq n$ ، داشته باشیم $f(m) \leq f(n)$. حالا فرض کنید \mathcal{F} خانواده‌ای ناتهی از توابع صعودی باشد. نشان دهید که مجموعه‌ی اندیس‌های توابع داخل \mathcal{F} ($I_{\mathcal{F}}$) شمارش پذیر بازگشتی نیست.
 ۴. (آ) (۱۰ نمره) تعریف رابطه‌ی \leq_m را بیان کنید.
 - (ب) (۱۰ نمره) به چه مجموعه‌ای می‌گوییم \leq_m -کامل است؟
 - (ج) (۱۰ نمره) نشان دهید $K := \{\langle m, n \rangle : \phi_m(n) \downarrow\}$ یک مجموعه‌ی \leq_m -کامل است.
 - (د) (۱۰ نمره) ثابت کنید K نیز \leq_m -کامل است.
۵. (آ) (۱۰ نمره) مجموعه‌ی \mathbb{R}_c را تعریف کنید و ثابت کنید $\mathbb{R}_c \subsetneq \mathbb{R}$.
 - (ب) (۱۰ نمره) یک عدد حقیقی محاسبه‌ناپذیر معرفی کنید.
 - (ج) (۱۰ نمره) تابع $f: \mathbb{R}_c \rightarrow \mathbb{R}_c$ را چه زمانی می‌گوییم محاسبه‌پذیر است؟
۶. (آ) (۱۰ نمره) مجموعه‌های مولد و خلاق را تعریف کنید.
 - (ب) (۱۰ نمره) ثابت کنید اگر $A \leq_m B$ و A مولد باشد، B نیز مولد است.

موفق باشید.