



تاریخ: ۲۴ آبان ۱۳۹۵

مدت امتحان: ۱۵ دقیقه

مدرس: مجتهدی

# آزمونک چهارم نظریه‌ی علوم کامپیوتر

شماره‌ی دانشجویی: .....

نام و نام خانوادگی: .....

۱. (۵ نمره) ثابت کنید مجموعه‌ی کدهای توابع تام یعنی به عبارت دیگر مجموعه‌ی  $\{n : \forall m \varphi_n(m) \downarrow\}$ ، شمارش‌پذیر بازگشتی نیست. (راه‌نمایی: فرض خلف بگیرید که شمارش‌پذیر بازگشتی باشد و به کمک روش قطری، یک تابع جدید بسازید.)

**جواب.** فرض کنید مجموعه‌ی  $A := \{n : \forall m \varphi_n(m) \downarrow\}$  شمارش‌پذیر بازگشتی باشد. بنابراین یک تابع محاسبه‌پذیر تام مثل  $f$  هست طوری که  $A = \{f(k) : k \in \mathbb{N}\}$ . حالا تابع زیر را در نظر بگیرید:

$$g(n) := \varphi_{f(n)}(n) + 1$$

این تابع به وضوح یک تابع محاسبه‌پذیر تام است. بنابراین  $e \in \mathbb{N}$  موجود است طوری که  $g = \varphi_{f(e)}$ . بنابراین اگر مقدار طرفین تساوی را در  $e$  محاسبه کنیم داریم:

$$\varphi_{f(e)}(e) + 1 = g(e) = \varphi_{f(e)}(e)$$

که این تناقض است.

موفق باشید.