



تاریخ: ۱۷ آذر ۱۳۹۸
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
مدرس: مجتهدی

آزمون میان ترم نظریه محاسبه پیشرفته

۱. (۲۰ نمره) قضیه Rice-Shapiro را بیان و اثبات کنید.

۲. (۲۰ نمره) آیا مجموعه X تصمیم‌پذیر است؟ آیا بازگشتی شمارش‌پذیر است؟ آیا مکمل آن بازگشتی شمارش‌پذیر است؟ ادعای خود را ثابت کنید.
 $X := \{\langle i, j \rangle \in \mathbb{N} : \forall n [(\varphi_i(n) \downarrow \wedge \varphi_j(n) \downarrow) \rightarrow \varphi_i(n) \neq \varphi_j(n)]\}$

۳. (۲۰ نمره) مدل محاسباتی Davis را در نظر بگیرید که به جای دستورالعمل‌های آن، دستورالعمل‌های زیر جای‌گزین شده‌اند:

$$V \leftarrow V + 2 \quad , \quad V \leftarrow 0 \quad , \quad \text{IF } V = V' \text{ GOTO } L$$

آیا همه‌ی توابع محاسبه‌پذیر Davis، در این مدل محاسباتی غیر استاندارد محاسبه‌پذیرند؟

۴. (۲۰ نمره) تابع $sort : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ به صورتی که در پی می‌آید تعریف می‌شود. $sort([a_1, \dots, a_n]) = [b_1, \dots, b_n]$ که در آن (b_1, \dots, b_n) مرتب شده‌ی (a_1, \dots, a_n) به ترتیب نزولی است. یعنی مثلاً $sort([0, 5, 2, 4]) := [5, 4, 2, 0]$. ثابت کنید $sort$ بازگشتی مقدماتی است. (یادآوری: $[a, b, c, d] := 2^a 3^b 5^c 7^d$)

۵. (۲۰ نمره) ثابت کنید عددی مثل $n \in \mathbb{N}$ هست که $n \notin W_n = K$.

۶. (۲۰ نمره) فرض کنید در یک برنامه‌ی دیویس (مثلاً برنامه‌ی P)، علاوه بر دستورات استاندارد دیویس، از ماکروهای زیر استفاده شده. توضیح دهید که چگونه می‌توان برنامه‌ی P را عاری از ماکرو کرد. توضیح با ذکر جزئیات و به صورت الگوریتمی باشد.

$$\text{GOTO } L \quad V \leftarrow 0 \quad V \leftarrow V'$$

موفق باشید.