

# تمرین های درس نظریه می محاسبه

مجتبی مجتهدی

۲ آبان ۱۳۹۶

توجه مهم: تمرین های تحویلی را (۱) حتماً روی برگه ای A4 یا کلاسور تحویل دهید و (۲) نام و نام خانوادگی و (۳) شماره ی دانشجویی خود و همچنین (۴) سری تمرین تحویلی را در بالای تمامی برگه های خود به صورت خوانا بنویسید. (۵) برگه های تمرین شما به صورت منگنه شده باشد. (۶) سؤال های امتیازی در برگه ی (برگه های) جداگانه تحویل داده شوند.

سری دوم (۱۳۹۶/۸/۱)..... موعده تحویل یکشنبه ۱۳۹۶/۸/۷ ابتدای کلاس درس

۱. ماشین تورینگ برای توابع زیر طراحی کنید و دیاگرام آن را رسم کنید:

$$f(m, n) := \begin{cases} m - n & : m \geq n \\ 0 & : m < n \end{cases} \quad (\text{آ})$$

$$f(x) := \lfloor \frac{x}{3} \rfloor \quad (\text{ب})$$

$$f(x, y) := \begin{cases} 0 & : x = y \\ 1 & : x \neq y \end{cases} \quad (\text{ج})$$

۲. توصیف ماشین تورینگ برای موارد زیر را بیان کنید:

(آ) {تعداد صفرهای  $w$  مضربی از تعداد یک های آن نباشد و  $w \in \{0, 1\}^*$ }

(ب) ماشینی که دنباله ی نامتناهی زیر را چاپ کند:

$$F_n := \begin{cases} 0 & : n = 0 \\ 1 & : n = 1 \\ F_{n-2} + F_{n-1} & : n \geq 2 \end{cases}$$

به طور مثال ماشین باید بعد از چاپ مرحله ی ۳، نوار را به حالت زیر در بیاورد:

۰	۱	۰	۱	
---	---	---	---	--

توجه کنید که چاپ  $F_n$  برای هر  $n$  باید در زمان متناهی انجام شود.

۳. توضیح دهید که چرا توصیف زیر، توصیف مناسب و درستی برای یک ماشین تورینگ نیست:  
 $M$  روی هر ورودی  $(p)$  که یک چندجمله‌ای با متغیرهای  $x_1, \dots, x_n$  است:  
 (آ) همه‌ی مقادیر ممکن روی  $x_1, \dots, x_n$  را که  $\forall i x_i \in \mathbb{Z}$  در چندجمله‌ای  $p$  قرار بده و مقدار  $p$  را برای هر کدام حساب کن.  
 (ب) اگر یکی از مقدار دهی‌های بند قبل مقدار  $p$  را صفر کرد، آن مقداردهی را چاپ کن و به وضعیت  $accept$  برو، در غیر این صورت به  $reject$  برو.  
 ۴. درستی یا نادرستی عبارات زیر را بررسی کنید:

- (آ) ماشین تورینگ می‌تواند Blank را روی نوار بنویسد.  
 (ب) ماشین تورینگ می‌تواند فقط شامل یک state باشد.  
 (ج)  $(***)$  هر ماشین تورینگ را می‌توان با ماشین تورینگی که شامل ۳ state است شبیه‌سازی کرد.  
 (د)  $(***)$  هر ماشین تورینگ را می‌توان با ماشین تورینگی که شامل ۲ state است شبیه‌سازی کرد.

سری اول (۱۳۹۶/۷/۴) ..... موعه تحویل یک شنبه ۱۳۹۶/۷/۱۶ ابتدای کلاس درس

۱. دایاگرام یک ماشین تورینگ را رسم کنید طوری که زبان مشخص شده توسط آن روی الفبای تک‌عضوی  $\{1\}$  مجموعه‌ی  $\{1^{2^n} : n \in \mathbb{N}\}$  باشد.  $(***)$  سؤال امتیازی  $a_1$ : آیا می‌توانید ماشین را به‌گونه‌ای معرفی کنید که فقط از الفبای  $\{1\}$  استفاده کند؟  
 ۲. برای محاسبه‌ی هر یک از موارد زیر یک ماشین تورینگ معرفی کنید:  
 (آ) تابعی که هر عدد در مبنای یکانی را به دو برابر آن می‌برد.  
 (ب) ماشین تورینگی که همه‌ی ورودی را عیناً به یک خانه جلوتر منتقل می‌کند.  
 (ج) فرض کنید  $\Sigma$  یک الفبای مشخص باشد. تابعی را در نظر بگیرید که هر کلمه مثل  $w \in \Sigma^*$  را به  $ww$  می‌برد.  
 (د) مجموعه‌ی همه‌ی کلمات روی الفبای  $\{a, b, c\}$  طوری که تعداد تکرار همه‌ی حروف در آن یکسان باشد.  
 (ه) تابع ضرب روی اعداد طبیعی در مبنای یکانی.  
 (و)  $(***)$  سؤال امتیازی  $a_2$ : تابع جمع روی اعداد طبیعی در مبنای ۲.  
 ۳. نشان دهید خانواده‌ی زبان‌های تصمیم‌پذیر روی یک الفبای مشخص مثل  $\Sigma$ ،  
 (آ) نسبت به مکمل بسته است.  
 (ب) نسبت به اجتماع بسته است.  
 (ج) نسبت به ضرب (concatenation) بسته است.  
 (د) نسبت به اشتراک بسته است.  
 ۴.  $(***)$  سؤال امتیازی  $a_3$ : ثابت کنید می‌توان برای هر تابع محاسبه‌پذیر تورینگ، یک ماشین تورینگ معرفی کرد که آن تابع را محاسبه کند و پس از اتمام محاسبه، هد آن روی ابتدای کلمه‌ی خروجی قرار بگیرد.