



آزمون میان ترم نظریه محاسبه

نام و نام خانوادگی:
 شماره دانشجویی:
 تاریخ: ۲۸ آبان ۱۳۹۷
 مدت امتحان: ۹۰ دقیقه
 مدرس: مجتهدی

۱. (۴۰ نمره) فرض کنید $n \in \mathbb{N}$ داده شده. گوییم تابع $f : \mathbb{N}^k \rightarrow \mathbb{N}$ محاسبه پذیر LRM_n (Limited Register Machine) است اگر این تابع توسط یک ماشین URM با تعداد n رجیستر، قابل محاسبه باشد.

(آ) به زبان دقیق تر، کلاس توابع LRM_n - محاسبه پذیر را تعریف کنید.

(ب) آیا عددی مثل n وجود دارد که همه ی توابع بازگشتی - مقدماتی، LRM_n - محاسبه پذیر باشند؟ ادعای خود را ثابت کنید.

۲. (۲۰ نمره) (آ) بیشینه سازی محدود bounded maximalization چیست؟

(ب) آیا کلاس توابع محاسبه پذیر URM نسبت به بیشینه سازی محدود بسته است؟ چرا؟

۳. (۲۰ نمره) نشان دهید تابع زیر بازگشتی - مقدماتی است. (با فرض اینکه دو تابع g و h بازگشتی - مقدماتی هستند.)

$$\begin{cases} f(\bar{x}, 0) = g(\bar{x}) \\ f(\bar{x}, n+1) = h([f(\bar{x}, 0), \dots, f(\bar{x}, n)], \bar{x}, n) \end{cases}$$

۴. (۲۰ نمره) تابع $g(x)$ گسترش پذیر است هرگاه تابع محاسبه پذیر تام $f(x)$ موجود باشد به طوری که:

$$\text{forall } x \text{ if } g(x) \downarrow \text{ then } f(x) = g(x)$$

نشان دهید مسأله ی گسترش پذیری $\phi_z(x)$ تصمیم پذیر نیست.

۵. (آ) (۲۰ نمره) فرض کنید $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ یک تابع URM - محاسبه پذیر جزئی باشد و $n \in \mathbb{N}$. ثابت کنید یک تابع URM - محاسبه پذیر مثل $f' : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ موجود است که دامنه ی آن برابر است با اجتماع دامنه ی f با مجموعه ی تک عضوی $\{n\}$.

(ب) (۲۰ نمره) قضایای تابع universal و s-m-n را بیان کنید.

(ج) (۲۰ نمره) نسخه مؤثر حکم بالا را بیان کنید و به کمک قضایای تابع universal و s-m-n آن را ثابت کنید.