



پرسش‌های مبانی منطق

دکتر مجتهدی

بهار ۹۹

سری: سه

مهلت تحویل: یکشنبه، ۲۵ اسفند

۱. قضیه زیر را اثبات کنید.

$$\models B_1 \leftrightarrow B_2 \implies \models A[p/B_1] \leftrightarrow A[p/B_2]$$

راهنمایی: می‌توانید ابتدا لم زیر را ثابت کنید.

$$\models (B_1 \leftrightarrow B_2) \rightarrow (A[p/B_1] \leftrightarrow A[p/B_2])$$

۲. آیا $\{\rightarrow, \perp\}$ و $\{\vee, \neg\}$ و $\{\rightarrow, \wedge\}$ و $\{\rightarrow, \vee\}$ کامل هستند؟ اثبات یا رد کنید.

۳. ادات سه‌موضعی که جدول ارزش آن به صورت زیر است را با استفاده از ادات $\{\rightarrow, \vee, \wedge, \neg\}$ بسازید

و آن را با نماد $\#$ نشان دهید و بگویید که آیا $\{\#, \rightarrow\}$ کامل است یا خیر. (اثبات یا رد کنید.)

p	q	r	#
۰	۰	۰	۰
۰	۰	۱	۱
۰	۱	۰	۱
۰	۱	۱	۱
۱	۰	۰	۰
۱	۰	۱	۱
۱	۱	۰	۰
۱	۱	۱	۱

۴. فرض کنید $\Gamma \models A$ آیا $\Gamma \models A[p/B]$ ؟؟؟

توضیح: اگر جواب شما بله است اثبات کنید و در غیر این صورت حالت‌هایی که حکم ارضا می‌شود

را با ارائه دلیل بیان کنید.

۵. هر یک از گزاره‌های زیر را
 آ. در فرم نرمال عطفی بیان کنید.
 ب. در فرم نرمال فصلی بیان کنید.

$$i) (p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r))$$

$$ii) (p \rightarrow q) \rightarrow ((r \rightarrow q) \rightarrow ((p \vee r) \rightarrow q))$$

$$iii) (p \rightarrow \neg \perp) \rightarrow ((q \wedge \neg r) \rightarrow s)$$

۶. در صورت درست بودن عبارت زیر آن را ثابت کنید و اگر غلط است مثال نقض بیاورید.

اگر $A \models$ آنگاه

$$\models A [p_1/B_{11} [p_2/B_{12} [\dots B_{1n-1} [p_n/B_{1n}] \dots]] [p_2/B_{22} [p_3/B_{23} [\dots B_{2n-1} [p_n/B_{2n}] \dots]]] \dots [p_n/B_{nn}]$$

۷. گزاره‌های زیر را با روش اصل موضوعی یا روش استنتاج طبیعی، استنتاج کنید. (باید حداقل یک مورد را با اصل موضوعی استنتاج کنید.)

$$i) ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)) \rightarrow (A \rightarrow (B \rightarrow C))$$

$$ii) \perp \rightarrow A$$

$$iii) (A \wedge B) \leftrightarrow \neg(A \rightarrow \neg B)$$

$$iv) ((A \rightarrow B) \wedge (A \rightarrow \neg B)) \rightarrow \neg A$$

$$v) (A \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow (A \rightarrow C))$$

$$vi) A \rightarrow A$$

۸. سعی کنید عبارت p_2 در سوال ۱۱ در سری دوم تمرین‌ها (قاتل بودن مهرداد) را که پاسخ آن را هم دیده‌اید با استفاده از دستگاه استنتاج طبیعی یا اصل موضوعی استنتاج کنید.

تدریس یارها:

مهرداد ریاحی و کامیار میرزاوزیری