



پرسش‌های مبانی منطق

دکتر مجتهدی

بهار ۹۹

سری: دو

مهلت تحویل: یکشنبه، ۱۱ اسفند

۱. برای هر یک از عبارات زیر

آ. یک دنباله ساختمان بنویسید.

ب. درخت ساختمان رسم کنید.

$$i) (\neg p_2 \rightarrow (p_3 \vee (p_1 \wedge p_2))) \wedge \neg p_3$$

$$ii) (p_4 \rightarrow \neg \perp) \rightarrow ((p_4 \wedge \neg p_2) \rightarrow p_1)$$

$$iii) (p_1 \rightarrow (p_2 \rightarrow p_3)) \rightarrow ((p_1 \rightarrow p_2) \rightarrow (p_1 \rightarrow p_3))$$

$$iv) (p_1 \rightarrow (p_2 \rightarrow p_1 \wedge p_2)) \rightarrow ((p_1 \vee p_2) \rightarrow (\neg p_1 \wedge \neg p_2))$$

۲. برای هر یک از عبارات بالا مانند A دو تابع ارزش v و v' را معرفی کنید چنان که $I_{v'} \models A$ و $I_v \not\models A$.

(در صورت امکان)

توضیح. در هر حالت ادعای خود را ثابت کنید. یعنی اگر تابعی معرفی کردید نشان دهید شرایط مسئله را

دارد و در غیر این صورت نشان دهید نمی‌توان تابعی معرفی کرد.

۳. اگر B در یکی از کوتاه‌ترین دنباله ساختمان‌های A آمده باشد نشان دهید $B \in \text{sub}(A)$.

۴. فرض کنید $A, B \in \text{prop}$ دلخواه باشند. نشان دهید دو گزاره زیر معادل‌اند.

(i) برای هر تابع ارزش دلخواه مانند v داریم $I_v \models A$ اگر و تنها اگر $I_v \models B$.

(ii) $\models (A \leftrightarrow B)$.

۵. فرض کنید $A, B \in \text{prop}$ دلخواه باشند. نشان دهید دو گزاره زیر معادل‌اند.

(i) $\models A \rightarrow B$

(ii) $\{A\} \models B$

۶. با معرفی $A, B \in \text{prop}$ به عنوان مثال نقض نشان دهید دو گزاره زیر معادل نیستند. (آیا می‌توانید

نشان دهید هیچ یک دیگری را نتیجه نمی‌دهد؟)

(i) برای هر تابع ارزش دلخواه مانند v داریم «اگر $I_v \models A$ آنگاه $I_v \models B$ ».

(ii) اگر A آنگاه B .

۷. فرض کنید $A, B, C \in prop$ دلخواه باشند. نشان دهید اگر $\{A\} \models B$ و $\{A\} \models C$ آنگاه $\{A\} \models C$.

۸. فرض کنید $A, B \in prop$ دلخواه باشند. نشان دهید $\{A, (\neg A)\} \models B$.

۹. برای تابع ارزش دلخواه v نشان دهید $I_v(A \rightarrow B) = 1$ اگر و تنها اگر $I_v(A) \leq I_v(B)$.

۱۰. فرض کنید دنباله A_i به صورت زیر تعریف شده باشد.

$$A_0 = p_1$$

$$A_n = A_{n-1}[p_1/(p_1 \rightarrow \perp)].$$

همچنین فرض کنید v و v' دو تابع ارزش باشند به طوری که $v(p_1) = 1$ و $v'(p_1) = 0$. برای هر i مقدار $I_v(A_i)$ و $I_{v'}(A_i)$ را به دست آورید.

۱۱. مجموعه گزاره‌های زیر که دانسته‌های ما از یک پرونده جنایی است را Γ بنامید. ابتدا این گزاره‌ها را به زبان منطق گزاره‌ای برگردانید و با علائم و ادوات منطقی نشان دهید، سپس پرونده را حل کنید.

راهنمایی. یک تابع ارزش مانند v پیدا کنید که $I_v \models \Gamma$.

(i) چنین نیست که «کامیار قاتل باشد و مهرداد قاتل باشد».

(ii) چنین نیست که «کامیار درون ماست سم ریخته باشد و مهرداد درون ماست سم ریخته باشد».

(iii) کامیار قاتل است یا مهرداد قاتل است.

(iv) اگر قتل با چاقو انجام شده باشد قاتل چپ‌دست است.

(v) قاتل چپ‌دست است اگر و فقط اگر قاتل کامیار باشد.

(vi) اگر قتل در ساحل رخ داده باشد آنگاه «اگر کامیار درون ماست سم ریخته باشد آنگاه همه چیز یک جور دیگر پیش رفته».

(vii) اگر کامیار درون ماست سم نریخته باشد آنگاه «قتل با چاقو انجام شده و قاتل چپ‌دست نیست».

(viii) اگر کامیار درون ماست سم ریخته باشد آنگاه قتل در ساحل رخ داده.

(ix) همه چیز یک جور دیگر پیش نرفته یا «اگر قتل با چاقو انجام شده باشد آنگاه همه چیز یک جور دیگر پیش نرفته».

(x) قتل با چاقو انجام شده یا «اگر قاتل چپ‌دست باشد آنگاه مهرداد درون ماست سم ریخته».

تدریس یارها:

مهرداد ریاحی و کامیار میرزاویزی