



تاریخ: ۲۹ خرداد ۱۳۹۷
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
مدرس: مجتهدی

آزمون پایان ترم مباحث ریاضیات

۱. (۲۵ نمره) (آ) (۱۰ نمره) لم زرن را بیان کنید.
(ب) (۵ نمره) در کجای لم زرن، مفهوم «انتخاب» نهفته است؟ توضیح دهید.
(ج) (۱۰ نمره) به کمک لم زرن ثابت کنید برای هر مجموعه‌ی دلخواه مثل A یک رابطه‌ی ترتیب خطی روی آن وجود دارد.
۲. (۴۰ نمره) کدام یک از تعریف‌های زیر نیاز به اثبات خوش تعریفی دارد و بدون قضیه‌ی خوش تعریفی، اساساً نوشتن نماد تابعی برای آن تعریف مجاز نیست؟ برای هر کدام از موارد تعریف مورد نظر را به صورت دقیق بنویسید و در صورت نیاز قضیه‌ی خوش تعریفی را بیان و اثبات کنید.
(آ) (۱۰ نمره) تعریف جمع روی اعداد طبیعی.
(ب) (۱۰ نمره) تعریف جمع روی اعداد صحیح.
(ج) (۱۰ نمره) تعریف جمع روی اعداد گویا.
(د) (۱۰ نمره) تعریف جمع روی اعداد حقیقی.
۳. (۳۰ نمره) (آ) (۱۵ نمره) در یک صفحه، حداکثر چند دایره می‌توان قرار داد طوری که هر دو دایره‌ی متمایز یکدیگر را در حداکثر یک نقطه قطع کنند؟ چرا؟
(ب) (۱۵ نمره) در یک صفحه حداکثر چند نماد «ص» غیر متقاطع می‌توان رسم کرد؟ چرا؟
۴. (۳۰ نمره) (آ) (۱۰ نمره) به چه مجموعه‌ای می‌گوییم متناهی است؟ تعریف دقیق آن را بیان کنید.
(ب) (۲۰ نمره) ثابت کنید \mathbb{N} نامتناهی است. (اگر از لمی استفاده می‌کنید آن را بیان و اثبات کنید، مگر لم‌های مقدماتی که صرفاً برای اثبات این حکم بیان نشده باشند مثل قضیه استقرا و ...)
۵. (۲۵ نمره) (آ) (۱۰ نمره) به چه مجموعه‌ای می‌گوییم متعدی است؟
(ب) (۱۵ نمره) ثابت کنید هر عدد طبیعی متعدی است.

موفق باشید.