



آزمون پایان ترم مبانی علوم ریاضی

تاریخ: ۲۲ دی ۱۳۹۶
مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه
مدرس: مجتهدی

نام: نام خانوادگی: شماره دانشجویی:

۱. (آ) (۱۰ نمره) تعریفِ ددِکیند برای اعداد حقیقی را بنویسید.
- (ب) (۱۰ نمره) تعریف عملگر جمع روی اعداد حقیقی را بنویسید. آیا این تعریف نیاز به اثباتِ «خوش تعریفی» دارد؟
۲. (آ) (۵ نمره) قضیهٔ کانتور-برنشتاین (شرودر-برنشتاین) را بیان کنید.
- (ب) (۱۵ نمره) به کمک قضیهٔ کانتور-برنشتاین عدد اصلی مجموعهٔ همهٔ دنباله های متناهی از اعداد حقیقی را حساب کنید. (با استدلال)
۳. (آ) (۱۰ نمره) لم زرن را بیان کنید.
- (ب) (۱۰ نمره) به کمک لم زرن ثابت کنید روی هر مجموعه مثل A یک ترتیب خطی وجود دارد.
۴. (۲۰ نمره) آیا مجموعهٔ استقرایی دیگری به جز \mathbb{N} وجود دارد؟ در صورتی که جواب منفی است ادعای خود را ثابت کنید و در صورتی که جواب مثبت است یک مجموعهٔ استقرایی دیگر معرفی کنید.
۵. (آ) (۵ نمره) تعریف خوش ترتیبی را بیان کنید.
- (ب) (۱۵ نمره) ثابت کنید رابطهٔ ترتیب خطی $<$ روی A یک خوش ترتیبی است اگر و فقط اگر هیچ تابعی مثل $f: \mathbb{N} \rightarrow A$ وجود نداشته باشد که برای هر $m < n \in \mathbb{N}$ داشته باشیم $f(n) < f(m)$.

موفق باشید.