به نام خدا

مدرس: دکتر مجتبی مجتهدی

آخرین مهلت تحویل: ...

دانشکده ی ریاضی، آمار و علوم کامپیوتر

سری ششم از سوالات تحویلی مبانی ریاضیات

---

۱. فرض کنید $\emptyset \neq A \subseteq \mathbb{N}$ طوری باشد که $\bigcup A = A$. ثابت کنید $A = \mathbb{N}$

۲. فرض کنید R یک رابطه باشد.

الف) تعریف می کنیم: $R^n := RoRo \dots oR$ (n بار). به کمک قضیه بازگشت ثابت کنید $\bigcup_{n=1}^{\infty} R^n$ وجود دارد.($\bigcup_{n=1}^{\infty} R^n$ درواقع اجتماع برد تابع تعریف شده است)

ب) بستار متعدی R را به صورت اشتراک همه رابطه های متعدی شامل R تعریف می کنیم و با R^t نمایش می دهیم. ثابت کنید $R^t = \bigcup_{n=1}^{\infty} R^n$.

۳. فرض کنید f یک تابع یک به یک از A به A باشد و فرض کنید $c \in A - ranf$. $h: \mathbb{N} \to A$ را به وسیله اصل بازگشت به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$\begin{cases} h(0) = c \\ h(n^+) = f(h(n)) \end{cases}$$

ثابت کنید h یک به یک است.

۴. ثابت کنید که اگر m عدد طبیعی و d نیز عددی غیر صفر باشد، آنگاه اعداد q و r وجود دارند به طوری که $m = (d.q) + r$

۵. برای هر $m, n, p \in \mathbb{N}$، نشان دهید:

الف) $n.(m.p) = (n.m).p$

ب) $m.n = n.m$

پ) $n.(m+p) = n.m + n.p$

ت) اگر $m.p = n.p$ و $p \neq 0$، آنگاه $m = n$

ث) اگر $m.n = 0$، آنگاه $m = 0$ یا $n = 0$

ج) اگر $m + n = p + q$، آنگاه $m \in p \leftrightarrow q \in n$

۶. ثابت کنید هیچ عدد طبیعی ای زیرمجموعه هیچ یک از اعضایش نیست.

۷. فرض کنید $n \in \mathbb{N}$ و $f: n^+ \to \mathbb{N}$. ثابت کنید $ranf$ دارای بزرگ ترین عضو می باشد.