



تاریخ: ۵ تیر ۱۳۹۸
مدت آزمون: ۱۸۰ دقیقه
مدرس: مجتهدی

آزمون پایان ترم مبانی نظریه محاسبه

۱. (۲۰ نمره) برای گرامر سؤال ۳، یک PDA معرفی کنید.

۲. (۳۰ نمره) فرم نرمال چامسکی را طبق الگوریتم ارائه شده در کلاس/کتاب برای گرامر زیر بیابید:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow AaA \mid CA \mid BaB & A &\rightarrow aaBa \mid CDA \mid aa \mid DC \\ B &\rightarrow bB \mid bAB \mid bb \mid aS & C &\rightarrow Ca \mid bC \mid D \\ D &\rightarrow bD \mid \Lambda \end{aligned}$$

۳. (۲۰ نمره) آیا گرامر زیر مبهم است؟ در صورتی که مبهم نیست، ادعای خود را ثابت کنید و در صورتی که مبهم است، رفع ابهام کنید.

$$S \rightarrow aS \mid aSbS \mid c$$

جواب. این گرامر مبهم است. دو LMD مختلف برای یک رشته داریم:

$$S \rightarrow aS \rightarrow aaSbS \rightarrow aacbS \rightarrow aacbaSbS \rightarrow aacbcbS \rightarrow aacbabc$$

$$S \rightarrow aSbS \rightarrow aaSbSbS \rightarrow aacbSbS \rightarrow aacbaSbS \rightarrow aacbcbS \rightarrow aacbabc$$

۴. (۲۰ نمره) آیا زبان $L := \{x \in (a + b + c)^* : n_a(x) = \max\{n_b(x), n_c(x)\}\}$ مستقل از متن است؟ ادعای خود را ثابت کنید، یعنی اگر مستقل از متن است برای آن گرامر (یا PDA) معرفی کنید و اگر نیست ثابت کنید که هیچ گرامر مستقل از متنی برای آن وجود ندارد.

جواب. مستقل از متن نیست. اثبات به کمک لم تزریق انجام می شود.

۵. (۲۰ نمره) کدام یک از گزاره های زیر درست است؟ برای آن ها که نادرست است مثال نقض بزنید. نیازی به اثبات احکام درست نیست.

(آ) زبان‌های مستقل از متن نسبت به اجتماع بسته‌اند.

جواب. درست است.

(ب) زبان‌های مستقل از متن نسبت به اشتراک بسته‌اند.

جواب. درست نیست. فصل 6.2 کتاب را ببینید.

(ج) مکمل هر زبان مستقل از متن، مستقل از متن است.

جواب. درست نیست. فصل 6.2 کتاب را ببینید.

۶. (۲۰ نمره) تعریف یک گرامر وابسته به متن را بنویسید و برای زبان $L := \{ww : w \in \{a, b\}^+\}$ یک گرامر وابسته به متن بنویسید.

جواب. پیش از نوشتن گرامر، تعدادی قرارداد در نظر می‌گیریم تا گرامر بهتر فهمیده شود:

- X و X' متغیرهایی هستند که وسط کلمه را معین می‌کنند. X برای وقتی که وسط کلمه a است و X' برای وقتی که وسط کلمه b است.
- Y و Y' متغیرهایی هستند که انتهای کلمه را معین می‌کنند. Y برای وقتی که انتهای کلمه a است و Y' برای وقتی که انتهای کلمه b است.
- متغیرهای A و B تنها با a و b جای‌گزین می‌شوند. تنها برای این‌که بتوانیم جابه‌جایی متغیرها را انجام دهیم آن‌ها را آورده‌ایم.
- متغیر X_a مآلاً باید با a جای‌گزین شود اما تنها در صورتی می‌تواند با a جای‌گزین شود که در انتهای کلمه باشد.
- متغیر X_b مآلاً باید با b جای‌گزین شود اما تنها در صورتی می‌تواند با b جای‌گزین شود که در انتهای کلمه باشد.

$$S \rightarrow XY \mid X'Y'$$

$$X \rightarrow AXX_a \mid BXX_b \mid a$$

$$X' \rightarrow AX'X_a \mid BX'X_b \mid b$$

$$Y \rightarrow a$$

$$Y' \rightarrow b$$

$$X_aA \rightarrow^* AX_a$$

$$X_aB \rightarrow^* BX_a$$

$$X_bA \rightarrow^* AX_b$$

$$X_bB \rightarrow^* BX_b$$

$$A \rightarrow a$$

$$B \rightarrow b$$

$$X_aY \rightarrow AY$$

$$X_bY \rightarrow BY$$

که در آن قاعده‌ی $X_aA \rightarrow^* AX_a$ با مجموعه قواعد زیر جای‌گزین شود:

$$X_aA \rightarrow X_aU$$

$$X_aU \rightarrow VU$$

$$VU \rightarrow AU$$

$$AU \rightarrow AX_a$$

به‌طور مشابه، همین جانشینی را باید برای قواعد $X_bA \rightarrow^* AX_b$ ، $X_aB \rightarrow^* BX_a$ و $X_bB \rightarrow^* BX_b$ انجام دهیم.

موفق باشید.